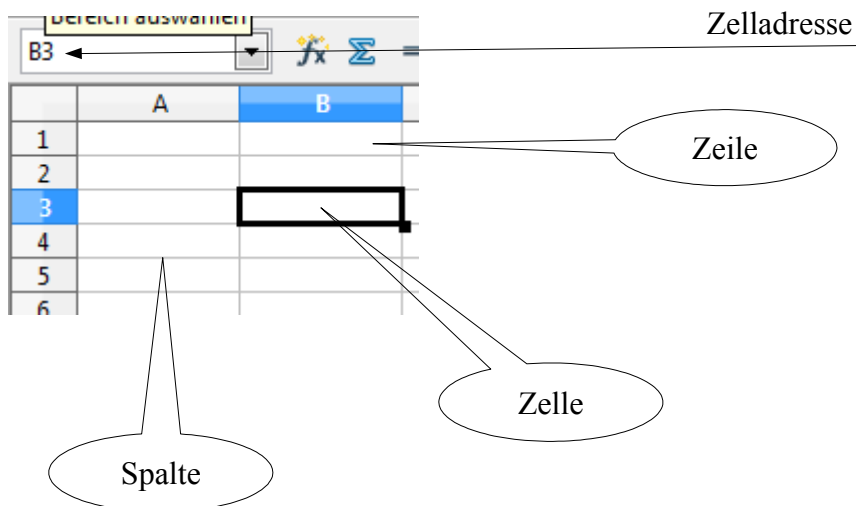


Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

Lineare Gleichungssysteme können sowohl rechnerisch als auch grafisch gelöst werden. Zur schnellen Lösung kann auch ein Tabellenkalkulationsprogramm wie Microsoft Excel oder OpenOffice Calc verwendet werden.

Das Kalkulationsblatt einer Tabellenkalkulation enthält Spalten und Zeilen. Die Schnittmenge einer Zeile mit einer Spalte nennt man eine Zelle.



Eine Zelle hat eine eindeutige Adresse (hier B3). B kennzeichnet die Spalte. 3 kennzeichnet die Zeile. Aufgrund der eindeutigen Zelladressierung kann auch mit Zelladressen gerechnet werden. Hierin liegt die Leistungsstärke eines Tabellenkalkulationsprogramms.

In eine Zelle können folgende Eintragungen vorgenommen werden:

1. Texte (z.B. Vorname oder Hausnummer 12); Texte können auch Ziffern und Sonderzeichen enthalten. Allerdings darf das erste Zeichen eines Textes kein Gleichheitszeichen sein. Sonst versucht das Kalkulationssystem den Text als Formel bzw. Berechnung zu interpretieren.
2. Zahlen (z.B. 12, 23,5 ...)
3. Berechnungen (z.B. =5+7)
4. Formeln (z.B. =A3+5*A2+5); hierbei sind A3 und A2 Zelladressen. Werden die Werte in den Zelladressen geändert, ändert sich automatisch der berechnete Wert in der Formelzelle.
5. Funktionen (z.B. =summe(A3:A7)); A3:A7 umfasst bei dieser Angabe den gesamten Bereich von A3 bis A7. Funktionen sind programmierte Bestandteile des Tabellenkalkulationssystems. Sie vereinfachen Berechnungen.

Wichtig: Vor jeder Berechnung muss ein Gleichheitszeichen stehen (s. 1.). Als mathematische Operationszeichen **müssen** verwendet werden: + (plus), - (minus), * (mal) und / (geteilt).

Tabellarische Lösung

Betrachten wir zunächst die tabellarische Lösung eines Gleichungssystems mit zwei Variablen. Als Spaltenköpfe verwenden wir zur klaren Kennzeichnung die Angaben, die für die Berechnung verwendet werden. Schließlich müssen ja auch andere Personen die Berechnung verstehen!

C3			
	A	B	C
1		Gleichung 1	Gleichung 2
2	x	$y = 2 \cdot x + 2$	$y = -2 \cdot x + 2$
3			

Spaltenkopf

In die Zelle A3 tragen wir den Startwert -5 ein. Damit nicht alle Werte für die Variable x manuell eingetragen werden müssen, überlässt man das Auffüllen der Spalte A dem Kalkulationssystem. Hierzu trägt man in die Zelle A4 die Formel =A3+1. Das System ermittelt daraufhin das resultierende Ergebnis (hier -4).

A4			
	A	B	C
1		Gleichung 1	Gleichung 2
2	x	$y = 2 \cdot x + 2$	$Y = -2 \cdot x + 2$
3	-5		
4	-4		

A4:A11			
	A	B	C
1		Gleichung 1	Gleichung 2
2	x	$y = 2 \cdot x + 2$	$Y = -2 \cdot x + 2$
3	-5		
4	-4		
5	-3		
6	-2		
7	-1		
8	0		
9	1		
10	2		
11	3		

Anschließend kopiert man den Zelleninhalt der Zelle A4 beliebig weit in der Spalte A nach unten. Vor jeder Operation muss der Zellenbereich, auf den die Operation angewendet werden soll, markiert werden. Hierzu klickt man mit dem Mauszeiger auf den linken oberen Bereich, hält die linke Maustaste gedrückt und zieht den Mauszeiger bis zu zur letzten Zelle des gewünschten Zellenbereiches. Der markierte Bereich ist dann farblich unterlegt (in der Standardeinstellung hellblau). Nach dem Markierungsvorgang bewegt man den Mauszeiger für den Kopiervorgang auf das rechte untere Quadrat im markierten Bereich und zieht bei

gleichzeitigem Drücken der linken Maustaste bis zum Ende des gewünschten Kopierbereichs.

In die Zelle B3 trägt man die Formel zur Berechnung der Gleichung $y = 2 \cdot x + 2$ ein. Hierfür verwendet man als x-Wert die Zellenadresse A3.

	A	B	C
1		Gleichung 1	Gleichung 2
2	x	$y = 2 \cdot x + 2$	$y = -2 \cdot x + 2$
3	1	$=A3 \cdot 2 + 2$	

Entsprechend verfährt man mit der Gleichung 2 ($=A3 \cdot (-2) + 1$). Anschließend kopiert man den Zellenbereich B3 bis C3 nach unten.

Im nächsten Schritt wird der Wert für x gesucht, bei dem der y-Wert für beide Gleichungen den identischen Wert hat. Wir erhalten diese Übereinstimmung für $x=0$.

Die beiden Gleichungen wurden allerdings so gewählt, dass man auch ohne Wertetabelle die Lösungsmenge des Gleichungssystems direkt aus den Gleichungen ablesen kann.

Die allgemeine Form einer linearen Gleichung hat die Form $y=m*x + b$. Der Term b gibt den Schnittpunkt eines Graphen mit der y-Achse an. Hier hat x den Wert 0. Bei beiden angegebenen Gleichungen ist $b=2$. Demnach ist die Lösungsmenge $|L = \{(0 | 2)\}$.

B3:C11			
	A	B	C
1		Gleichung 1	Gleichung 2
2	x	$y = 2*x + 2$	$Y = -2*x + 2$
3	-5	-8	12
4	-4	-6	10
5	-3	-4	8
6	-2	-2	6
7	-1	0	4
8	0	2	2
9	1	4	0
10	2	6	-2
11	3	8	-4

Grafische Lösung

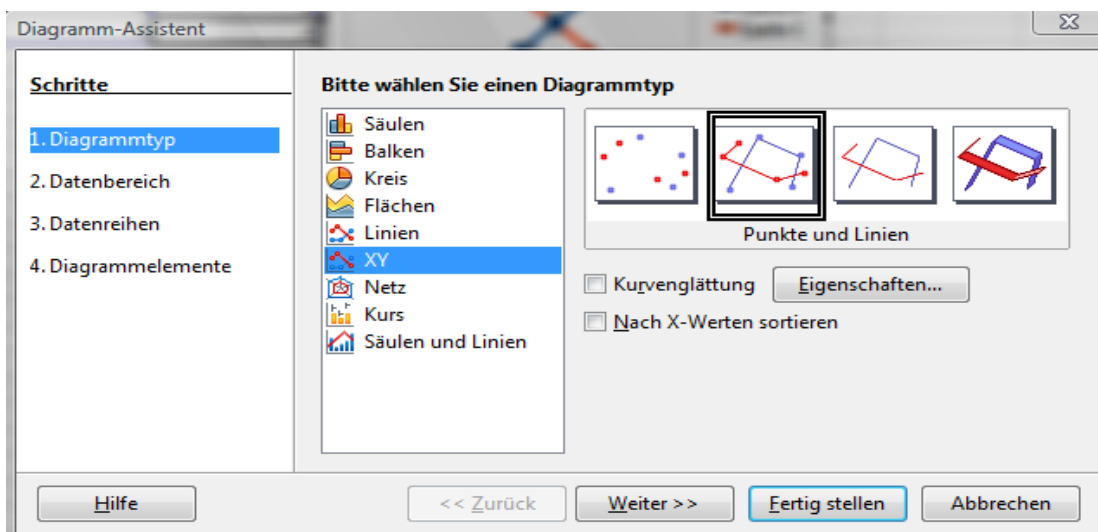
Die oben verwendete Tabelle verwenden wir auch für die grafische Lösung. Wir müssen lediglich den Bereich markieren, für den die Grafik erstellt werden soll.

Im nächsten Schritt wählen wir aus der Iconleiste das Symbol für den Diagrammassistenten mit der linken Maustaste aus.

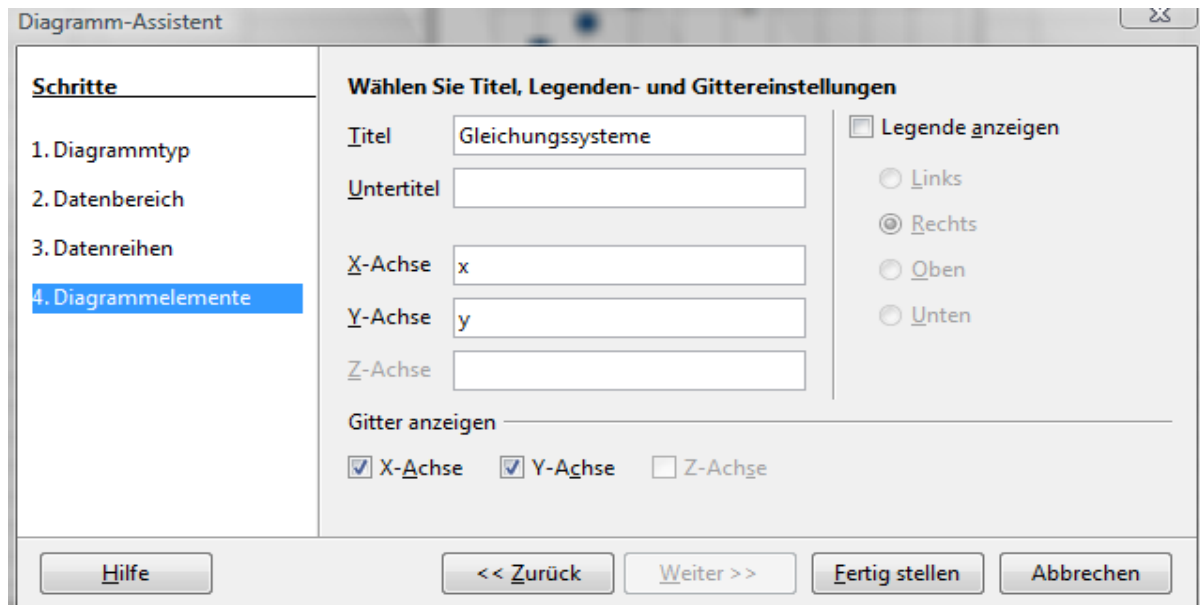


3	-5	-8	12
4	-4	-6	10
5	-3	-4	8
6	-2	-2	6
7	-1	0	4
8	0	2	2
9	1	4	0
10	2	6	-2
11	3	8	-4
12			

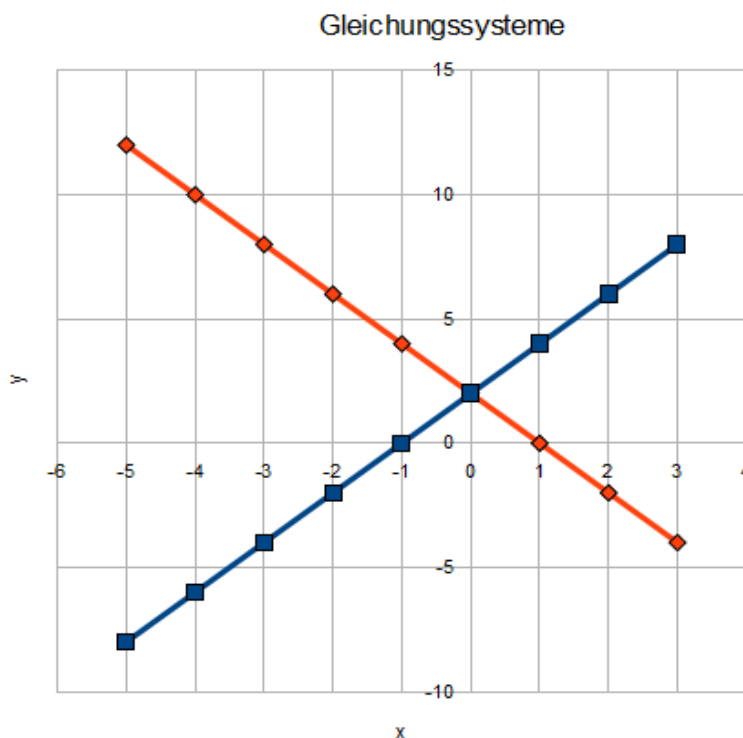
Nach der Auswahl erscheint ein Popup Fenster, das eine Vielzahl von Darstellungsmöglichkeiten zur Auswahl anbietet. Wir wählen als Diagrammtyp XY (Punkte und Linien) aus.



Die Auswahlpunkte „Datenbereich“ und „Datenreihen“ werden hier nicht verwendet. Unter dem Menüpunkt „Diagrammelemente“ haben wir die Möglichkeit das Diagramm beliebig zu beschriften.

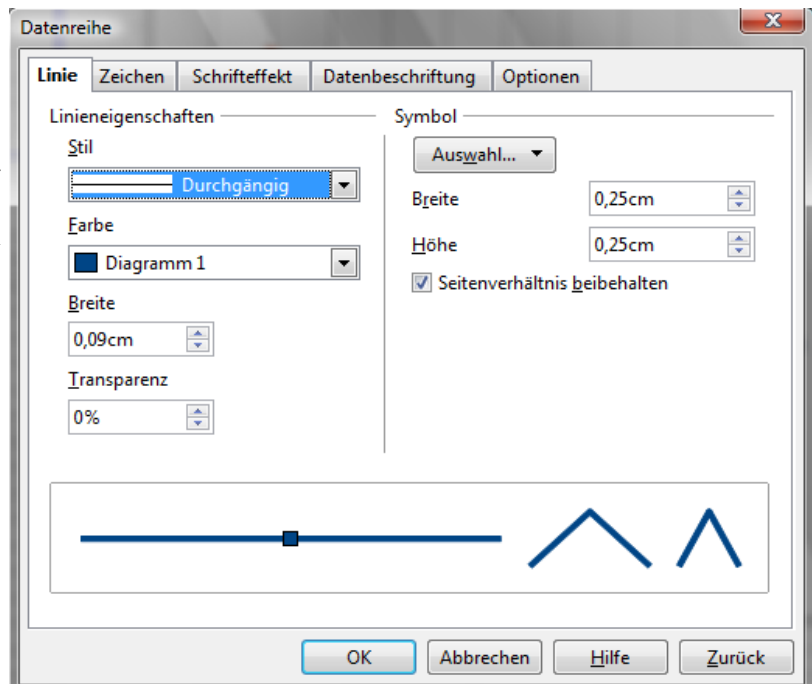


Unter Titel tragen wir beispielsweise „Gleichungssystem“ ein. Die Achsen sollten beschriftet werden. Eine Legende benötigen wir nicht. Entsprechend wird der Haken mit einem Mausklick entfernt. Das Koordinatensystem soll ein Gitter in Bezug auf beide Achsen (x, y) aufweisen. Als Resultat der gewählten Einstellungen erhalten wir nachfolgendes Diagramm.



In diesem Diagramm können die Achsenskalierungen, die Strichstärke der Funktionsgraphen und

die Größe der dargestellten Punkte verändert werden. Um diese Veränderungen durchzuführen, muss der Mauszeiger auf das gewünschte Objekt bewegt werden. Anschließend muss mit der linken Maustaste durch einen Doppelklick die Auswahl bestätigt werden. Es öffnet sich anschließend ein Pop-up Menü, in dem verschiedene Einstellungen möglich sind.



Will man die Linienbreite des Funktionsgraphen verändern, so stellt man dies unter dem Menübereich „Linieneigenschaften“ und „Breite“ ein. Die Symboleigenschaften werden im Menübereich Symbol eingestellt. Im überarbeiteten Diagramm (rechte Abbildung) ist der Schnittpunkt der beiden Funktionsgraphen leicht ablesbar. Er liegt auf der x-Achse bei 0 und auf der y-Achse bei 2. Dies ist die Lösungsmenge des zugehörigen Gleichungssystems.

